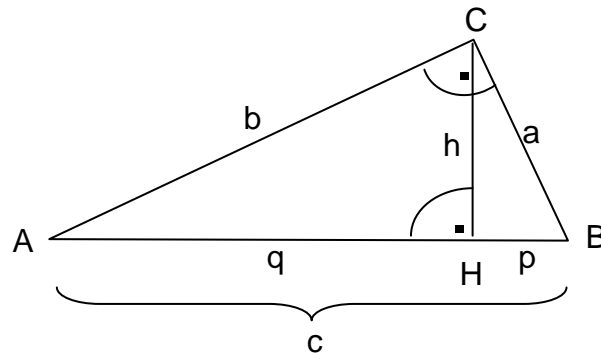


Satzgruppe des Pythagoras

Zeichnet man in einem rechtwinkligen Dreieck die Höhe des Dreiecks ein, so erhält man zwei Teildreiecke, die untereinander und zum ursprünglichen Dreieck ähnlich sind, da sie in allen Winkeln übereinstimmen. Daher stimmen sie auch in allen entsprechenden Seitenverhältnissen überein.



Kathetensatz

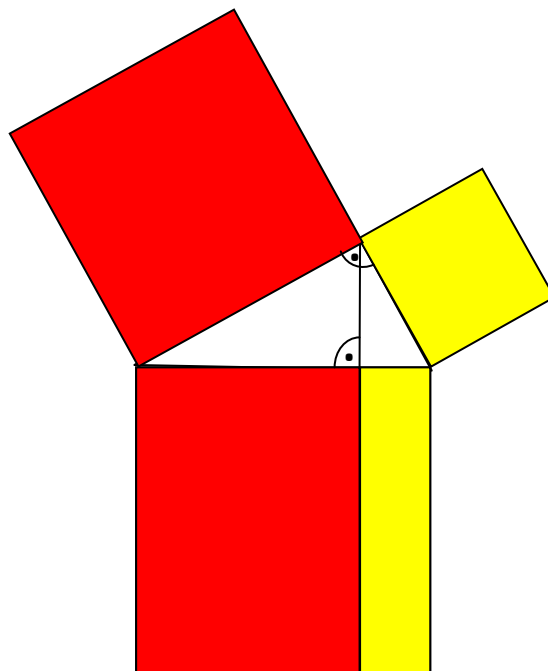
Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke HBC und ABC erhält man:

$$\frac{a}{p} = \frac{c}{a} \text{ und daraus } \mathbf{a^2 = p \cdot c.}$$

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke AHC und ABC erhält man:

$$\frac{b}{q} = \frac{c}{b} \text{ und daraus } \mathbf{b^2 = q \cdot c.}$$

Diese beiden Gleichungen lassen sich geometrisch interpretieren:



In einem rechtwinkligen Dreieck hat das Quadrat über einer Kathete den gleichen Flächeninhalt wie das Rechteck aus der Hypotenuse und dem zugehörigen Hypotenusenabschnitt.

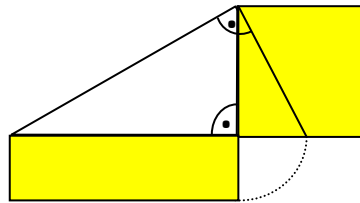
Wie die Zeichnung bereits zeigt, folgt aus dem Kathetensatz der Satz des Pythagoras: $a^2 + b^2 = p \cdot c + q \cdot c = (p + q) \cdot c = c \cdot c = c^2$.

Höhensatz

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke AHC und HBC erhält man:

$$\frac{h}{q} = \frac{p}{h} \text{ und daraus } h^2 = p \cdot q.$$

Auch diese Gleichung lässt sich geometrisch interpretieren:



Im rechtwinkligen Dreieck hat das Quadrat über der Höhe den gleichen Flächeninhalt wie das Rechteck aus den beiden Hypotenusenabschnitten.

Kehrsatz des Pythagoras

Gilt in einem Rechteck mit den Seiten a, b und c die Beziehung $c^2 = a^2 + b^2$, so hat das Dreieck einen der Seite c gegenüberliegenden rechten Winkel.

Diese Erkenntnis verwendeten die Ägypter schon lange vor Pythagoras, um auf den immer wieder vom Nil überschwemmten Feldern rechteckige Grundstücke abzustecken. Sie benutzten dazu Schnüre, in die in konstanten Abständen Knoten geknüpft waren. Besteht ein Seil aus $3 + 4 + 5 = 12$ gleich langen Abschnitten, so ergibt sich beim Spannen eines Dreiecks automatisch ein rechter Winkel.

