

Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben

7.1 Um die fehlenden Werte zu berechnen, benötigt man lediglich die Grundgleichung der Prozentrechnung, aufgelöst nach dem jeweiligen gesuchten Wert.

| Prozentsatz Grundwert | 10% | 25% | 50% | 60% | 120% |
|--------------------------|-----------|-------------|------------|-----------|------------|
| 50 | 5 | 12,5 | 25 | 30 | 60 |
| 100 | 10 | 25 | 50 | 60 | 120 |
| 160 | 16 | 40 | 80 | 96 | 192 |
| 200 | 20 | 50 | 100 | 120 | 240 |

7.2 Zunächst muss der Preis nach dem Skonto berechnet werden. Dieser beträgt 97% des Originalpreises. Damit ist der Verkaufspreis nach Abzug des Skontos:

$$P = 46351,46€ \cdot 0,97 \approx 44960,92€$$

Die Differenz der beiden Beträge ist dann der Nachlass:

$$46351,46€ - 44960,92€ = 1390,54€$$

7.3 Da in dieser Aufgabe der Gewinn gegenüber dem Einkaufspreis berechnet werden soll, ist der Grundwert hier der Einkaufspreis. Angewandt auf die Grundgleichung der Prozentrechnung ergibt sich:

$$p\% = \frac{P}{G} = \frac{779€}{559€} \approx 1,394 = 139,4\%. \text{ Der Gewinn pro Artikel ist damit ca. } 39,4\%.$$

7.4 Der Preis der um 8% rabattierte Ware ist 92% des Ursprungspreises (Grundwert). Damit ergibt sich folgende Gleichung:

$$G = \frac{P}{p\%} = \frac{432,70€}{92\%} = \frac{432,70€}{0,92} \approx 470,33€$$

7.5 Das ursprüngliche Quadrat hat einen Flächeninhalt von $F_1 = (4\text{cm})^2 = 16\text{cm}^2$.

Das um 2cm verlängerte Quadrat hat einen Flächeninhalt $F_2 = (4\text{cm} + 2\text{cm})^2 = (6\text{cm})^2 = 36\text{cm}^2$

Insgesamt ist das Verhältnis der Flächeninhalte $\frac{36}{16} = \frac{9}{4} = 2,25 = 225\%$, das entspricht einem Zuwachs von 125%.

Allg.: Quadrat mit der Seitenlänge a: $F_1 = a^2$

Um x vergrößertes Quadrat: $F_2 = (a + x)^2 = a^2 + 2ax + x^2$

Verhältnis der Flächeninhalte: $\frac{a^2+2ax+x^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} + \frac{2ax+x^2}{a^2} = 1 + \frac{2ax+x^2}{a^2}$. Die Fläche nimmt

also um $\frac{2ax+x^2}{a^2}$ zu. Berechnet man den Wert des Bruches dann für konkrete Werte von a und x, erhält man das jeweilige Verhältnis, welches in Prozent umgerechnet werden kann. Für den ersten Fall der Aufgabe erhält man für a = 4cm und x = 2cm:

$$\frac{2 \cdot 4\text{cm} \cdot 2\text{cm} + (2\text{cm})^2}{(4\text{cm})^2} = \frac{16\text{cm}^2 + 4\text{cm}^2}{16\text{cm}^2} = \frac{20\text{cm}^2}{16\text{cm}^2} = 1,25 = 125\%.$$

7.6 Berechnet man beide Varianten, wie der Gutschein eingesetzt werden kann, erkennt man schnell, dass der Rabatt nach dem Gutschein gewährt werden sollte.

(i) Zuerst Gutschein, dann Rabatt: $P_1 = 200,00€ - 10,00€ = 190,00€$;

$$15\text{-Rabatt: } P_{1R} = 190€ \cdot 0,85 = 161,50€$$

(ii) Zuerst Rabatt, dann Gutschein: $P_2 = 200,00€ \cdot 0,85 = 170,00€$;

$$\text{Gutschein: } P_{2G} = 170,00€ - 10,00€ = 160,00€$$

7.7 Durch Anwendung der Grundgleichung für die Zinsrechnung, bzw. der Umstellung nach dem gesuchten Wert erhält man die Werte.

| Jahr | Kontostand zu Jahresbeginn | Zinssatz | Zinsen | Kontostand zum Jahresende |
|------|----------------------------|----------|---------|---------------------------|
| 1 | 1.000 € | 3% | 30 € | 1.030 € |
| 2 | 1.030 € | 3,5% | 36,05 € | 1.066,05 € |
| 3 | 1.066,05 € | 2% | 21,32 € | 1087,37 € |
| 4 | 1087,37 € | 3,3% | 35,88 € | 1.123,25 € |
| 5 | 1.123,25 € | 5% | 56,16 € | 1179,41 € |

7.8 Das Anfangskapital muss mindestens 3793,56€ betragen. Die für die Berechnung benötigte Gleichung lautet: $5000€ = K_0 \cdot 1,0275 \cdot 1,0313 \cdot 1,0262 \approx K_0 \cdot 1,318$.

Nach K_0 aufgelöst ergibt sich: $K_0 = \frac{5000€}{1,318} \approx 3793,56€$

Der durchschnittliche Jahreszins über die 10 Jahre berechnet sich über die Gleichung:
 $3793,56€ \cdot (1 + p\%)^{10} = 5000€$.

Umgestellt ergibt sich:

$$3793,56€ \cdot (1 + p\%)^{10} = 5000€$$

$$(1 + p\%)^{10} = \frac{5000€}{3793,56€}$$

$$(1 + p\%) = \sqrt[10]{\frac{5000€}{3793,56€}}$$

$$p\% = \sqrt[10]{\frac{5000€}{3793,56€}} - 1 = \sqrt[10]{1,318} - 1 \approx 0,028 = 2,8\%$$